

Kompozitum funkcij

21. Dana sta dva predpisa

$$f(x) = \frac{x}{\sin x} \quad \text{in} \quad g(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}.$$

(i) Za oba predpisa določi maksimalno (naravno) definicijsko območje.

(ii) Pokažite, da je $g(\frac{1}{f(x)}) = (g \circ f)(x)$. (Odgovor natanko utemeljiti.)

22. Dana sta para funkcij $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ in $g(x) = \sqrt{x}$. Izračunaj predpisa in definicijski območji funkcij $f \circ g$ in $g \circ f$.

23. Naj bosta f in g realni funkciji realne spremenljivke, ki sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ x^2 - x - 1, & x \geq 0 \end{cases}.$$

Določite kompozitum $f \circ g$.

24. Naj bosta f in g realni funkciji realne spremenljivke, ki sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & x \geq 0 \\ e^x, & x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1, & x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}.$$

Določite kompozitum $g \circ f$ in $f \circ g$.

25. Naj bosta f in g realni funkciji realne spremenljivke, ki sta podani s predpisoma

$$f(x) = \begin{cases} x & ; & x < 0 \\ 0 & ; & x \geq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & ; & |x| \geq \frac{\pi}{2} \\ |\sin x| & ; & |x| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Zapišite predpis, po katerem slika kompozitum $g \circ f$.

Racionalna števila

26. Dokaži, da je število $\sqrt{5}$ iracionalno.

27. Dokaži, da je število $\sqrt{7}$ iracionalno.